

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XIX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Т Е М А

за областния кръг на олимпиадата по астрономия

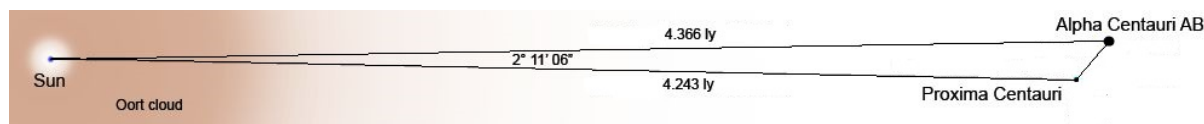
26 февруари 2016 г.

Възрастова група IX-X клас – решения

1 задача. Междузвездна мисия. Най-близката до нас звезда е Проксима от съзвездие Центавър. На 26 февруари 2066 г. към нея е изпратена междузвездна космическа сонда. Чрез йонни двигатели сондата се ускорява до 20000 км/с. Тя няма за цел да влиза в орбита около звездата, а само да прелети на сравнително малко разстояние от нея, да събере информация и да я изпрати чрез радиосигнали до Земята.

- Поради технически проблем, при предаването на информацията от сондата антената ѝ се насочва не към Земята, а към двойната система Алфа Центавър АВ. Но там се намира космическа станция на колегиално настроени извънземни астрономи. Тя веднага препраща сигнала на нашата сонда към Земята. Кога ще получим този сигнал?

Алфа Центавър АВ отстои на 15000 астрономически единици от Проксима. Една астрономическа единица (средното разстояние от Земята до Слънцето) се изминава от светлината за 500 секунди. На схемата разстоянията са в светлини години (ly).



Решение:

От Алфа Центавър АВ до нас светлината ще пътува $t_3 = 4.366$ години.

От Проксима до Алфа Центавър АВ разстоянието е $r_2 = 15000$ астрономически единици, всяка една от които светлината изминава за $\Delta t = 500$ секунди. Следователно времето за пътуване на сигнала на сондата е:

$$t_2 = r_2 \cdot \Delta t = 7500000^s = 2083.33(3)^h = 86^d.8055(5) = 86^d 19^h 20^m \approx 0.23766 \text{ год.}$$

Остава да намерим за колко време сондата е стигнала до Проксима. Това можем да пресметнем по различни начини, като използваме знанието си за стойностите на различни величини и константи. В резултат ще получим различни дати на пристигане на сигнала.

Разстоянието от Слънцето до Проксима е 4.243 ly. Светлината изминава това разстояние за 4.243 години време. Сондата се движи със скорост 20000 км/с, а светлината – със скорост 300000 км/сек. Това означава, че сондата се движи $300000/20000 = 15$ пъти по-бавно от светлината. Следователно сондата ще измине разстоянието за $4.243 \times 15 = 63.645$ години.

Общото време, от тръгването на сондата до получаване на сигнала е:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 68.24866 \text{ год.} \approx 68^y 90^d 20^h$$

За пресмятане на броя на годините използваме юлианската година, която е равна на 365.25 денонощия. По този начин отчитаме наличието на 1 допълнително денонощие на всеки 4 години, т.е. високосните години. Дата, пресметната от получената стойност за интервала от време, ще бъде 27 май 2134 год. Обаче трябва да имаме предвид, че

2100 година не е високосна. Следователно датата на пристигане на сигнала, при приетите стойности на константите, е 28 май 2134 год.

Това е най-краткият начин на пресмятане. Ще посочим и някои други.

Знаем, че един парсек е равен на 206265 AU. Освен това $1\text{pc} = 3.26\text{ ly}$. Следователно разстоянието до Проксима е $r_1 = 1.3015\text{ pc} = 268460.85\text{ AU} \approx 268461\text{ AU}$. Скоростта на светлината е 300000 km/s . Тогава за големината на една астрономическа единица получаваме: $r_0 = 150000000\text{ km}$. Това разстояние сондата изминава за време:

$$t_s = \frac{r_0}{v_s} = \frac{150000000}{20000} = 7500^s$$

Следователно времето, за което сондата ще достигне до Проксима, е:

$$t_1 = r_1[AU] \cdot t_s = 268461\text{ AU} \times 7500^s = 2013457500^s = 63.80238\text{ години.}$$

Тогава общото време, от тръгването на сондата до получаване на сигнала е:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 68.4060\text{ год.} \approx 68^y 148^d 7^h$$

Така за датата на получаване на сигнала намираме 24 юли 2134 год., или с отчитане на факта, че 2100 година не е високосна, 25 юли 2134 год.

Вместо скоростта на светлината като известна константа може да се използва големината на една астрономическа единица $1\text{ AU} = 149600000\text{ km}$. Тогава за разстоянието до Проксима получаваме:

$$r_1 = 268460.85\text{ AU} \times 149600000\text{ km} = 4.0161743 \times 10^{13}\text{ km}$$

Времето за което сондата изминава това разстояние е:

$$t_1 = \frac{r_1}{v_s} = 2008087158^s = 63.6324\text{ години}$$

И тук за пресмятане на броя на годините използваме стойността на юлианската година, равна на 365.25 денонощия, като по този начин включваме по една високосна година на всеки 4 години.

Използваме получената за t_1 стойност и за сумата от трите времена намираме:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 68.2361\text{ год.} \approx 68^y 86^d 6^h$$

Пресмятаме датата, тръгвайки от 26 февруари 2066 г., и получаваме 23 май 2134 г. Но отчитайки, че 2100 г. не е високосна, окончателно получаваме 24 май 2134 г.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно съображение относно времето, за което сигналът пристига от Алфа Центавър АВ до Земята – 1 т.

За правилен начин за пресмятане на времето за пътуване на сигнала от Проксима до Алфа Центавър АВ – 4 т.

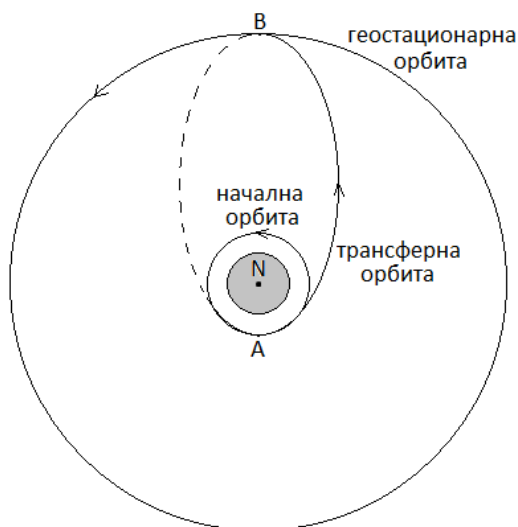
За верен числен резултат – 1 т.

За правилен начин на пресмятане на времето, за което сондата стига до Проксима – 5 т.

За правилен числен резултат – 1 т.

За определяне на датата на пристигането на сигнала на Земята – 3 т.

2 задача. Геостационарен спътник. Вие основавате телевизионна агенция, която популяризира астрономията. Трябва да изведете спътник в геостационарна орбита, който да излъчва телевизионния сигнал за сателитните антени на Земята.



Геостационарният спътник се движи по кръгова екваториална орбита синхронно с околоосното въртене на нашата планета. Така той „виси“ над една и съща точка от Земята. Височината на геостационарната орбита е 35786 км над земната повърхност.

Първоначално спътникът се движи около Земята по кръгова екваториална орбита с височина 500 км над земната повърхност. От точка А ракетните двигатели го изстрелват в трансферната елиптична орбита. Когато стига до точка В, с помощта на нов ракетен импулс той тръгва по геостационарната орбита.

- А) Намерете времето, за което спътникът достига от точка А до точка В.
- Б) Вие искате геостационарният спътник да се намира над точка от екватора с 25° източна географска дължина, така че да има добра видимост от България. Каква трябва да бъде географската дължина на пункта от земната повърхност, над който стартират ракетните двигатели на спътника в точка А?

Екваториалният радиус на Земята е 6378 км.

Решение:

Решение:

Да отбележим с $H = 35786$ км височината на геостационарната орбита над земната повърхност, с $h = 500$ км височината на първоначалната орбита на спътника и с $R = 6378$ км радиуса на Земята. Голямата полуос на трансферната орбита ще бъде:

$$a = \frac{H + 2R + h}{2} = 24521 \text{ km}$$

Периодът на движение на спътника T около Земята по трансферната орбита намиране с помощта на втория закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_0^3}{T_0^2}$$

където $a_0 = H + R = 42164$ км е радиусът на геостационарната орбита, а $T_0 = 23^h 56^{min}$ е периодът на движение по тази орбита, равняващ се на звездното денонощие.

$$T = T_0 \sqrt{\frac{a^3}{a_0^3}} \approx 10.614^h \approx 10^h 37^{min}$$

Времето за достигане на спътника до геостационарната орбита ще бъде половината от този период, или $t = T/2 \approx 5.307^h \approx 5^h 18^{min}$.

За времето t Земята ще се завърти около оста си на ъгъл:

$$\alpha = \frac{t}{T_0} \cdot 360^\circ \approx 79.827^\circ \approx 79^\circ 50'$$

Когато спътникът достигне геостационарната орбита в точка В, под нея трябва да се намира точка от земната повърхност с 25° източна географска дължина. В момента, когато спътникът стартира от точка А на своята орбита, под точка В от орбитата му на земната повърхност трябва да се намира точка с географска дължина:

$$\lambda = \alpha + 25^\circ = 104^\circ 50' \text{ и.д.}$$

В същия момент под точка А от орбитата на спътника трябва да се намира диаметрално портивоположната точка от земната повърхност, чиято географска ширина ще бъде:

$$\lambda' = \lambda - 180^\circ = -75^\circ 10' = 75^\circ 10' \text{ з.д.}$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен математически метод за намиране на времето за достигане до геостационарната орбита – 7 т.

За правилно използване на звездното (а не на слънчевото) денонощие – 1 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилен начин за определяне на географската ширина на точката от земната повърхност под точка А от орбитата – 5 т.

За верен числен отговор – 1 т.

3 задача. Пасаж на планета. На 9 май 2016 г. ще се наблюдава рядко явление – преминаване (пасаж) на планетата Меркурий пред видимия диск на Слънцето.

- А) Дадена ви е рисунка на пасаж на Меркурий, който се е наблюдавал в XIX век. Направете необходимите измервания и отговорете правилно ли е представено явлението по отношение на видимите ъглови размери на Меркурий и Слънцето.

- Б) Понякога наблюдаваме и още по-рядко явление – пасаж на Венера по диска на Слънцето. Пресметнете с колко процента намалява видимият блясък на Слънцето по време на такъв пасаж.

- В) Да си представим, че извънземни астрономи изследват Слънцето от светлинни години разстояние. Планетата им се намира в равнината на орбитата на Венера и за тях също се случва Венера да премине пред диска на Слънцето. Но в техните телескопи Слънцето се вижда само като точка и по време на пасажа видимият му блясък претърпява съвсем леко намаление. По подобен начин с помощта на нашия космически телескоп “Кеплер” бяха открити над 1000 планети около други звезди. Нека приемем, че точността на фотометричните наблюдения на извънземните астрономи е същата като на „Кеплер”, т.е. може да се измерва изменение на блясъка с точност 0.01% от блясъка на наблюдаваната звезда. Ще успеят ли те да открият Венера, по време на нейния пасаж по диска на Слънцето?

Радиусите на Слънцето, Венера и Меркурий са съответно 696000 км, 6052 км и 2440 км. Разстоянията от Слънцето до Меркурий, Венера и Земята са съответно 57.91 млн км, 108.2 млн км и 149.6 млн км.



Решение:

Да означим с R_S , R_M и R_V радиусите на Слънцето, Меркурий и Венера, с δ_S , δ_M , δ_V – видимите ъглови диаметри на трите тела, а с r_M , r_V и r_T – радиусите на орбитите на Меркурий, Венера и Земята. За земния наблюдател видимият ъглов диаметър на Слънцето и видимите ъглови диаметри на Меркурий и Венера по време на техните пасаж по слънчевия диск ще бъдат съответно:

$$\delta_S = \frac{2R_S}{r_T} \quad \delta_M = \frac{2R_M}{r_T - r_M} \quad \delta_V = \frac{2R_V}{r_T - r_V}$$

Да пресметнем колко пъти видимият ъглов диаметър на Слънцето е по-голям от видимия ъглов диаметър на Меркурий по време на пасаж на тази планета по видимия слънчев диск:

$$n_M = \frac{\delta_S}{\delta_M} \approx 175$$

Ако измерим диаметрите на Слънцето и на Меркурий върху дадената ни стара рисунка, лесно ще се убедим, че те са в отношение приблизително 34 : 1. Следователно явлението не е представено правилно на тази рисунка.

Да оценим намалението на блясъка на Слънцето при пасаж на Венера. За целта ще сравним площите на видимите ъглови дискове на двете тела. Определяме отношението на блясъка на Слънцето по време на пасажа на Венера към блясъка на Слънцето, когато няма пасаж:

$$N_V = \frac{\frac{\pi \delta_S^2}{4} - \frac{\pi \delta_V^2}{4}}{\frac{\pi \delta_S^2}{4}} = \frac{\delta_S^2 - \delta_V^2}{\delta_S^2}$$

Намалението на блясъка на Слънцето ще бъде:

$$(1 - N_V) \cdot 100\% \approx 0.1\%$$

Бихме могли да направим извода, че точността на регистриране на блясъка на звездите, характерна за телескопа „Кеплер“, ще бъде достатъчна за откриването на Венера от астрономите на далечната екзопланета. Но при наблюдение на пасаж на Венера от Земята разстоянията от нашата планета до Венера и до Слънцето са доста различни и това съществено влияе на техните видими ъглови размери. При наблюдение на такова явление от далечна екзопланета обаче, разликата в разстоянията до Венера и до Слънцето е нищожна в сравнение със светлинните години, на които екзопланетата се намира от нас. Нека означим разстоянието до екзопланетата с r' и да намерим

отношението на видимия блясък на Слънцето по време на пасажа и блясъка на Слънцето, когато няма пасаж:

$$N'_V = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{2R_S}{r'}\right)^2 - \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{2R_V}{r'}\right)^2}{\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{2R_S}{r'}\right)^2} = \frac{R_S^2 - R_V^2}{R_S^2}$$

Намалението на блясъка на Слънцето в този случай ще бъде:

$$(1 - N'_V) \cdot 100\% \approx 0.0076\%$$

Оттук следва, че извънземните астрономи няма да могат да открият планетата Венера, ако разполагат с наблюдателен инструмент, аналогичен на космическия телескоп „Кеплер”.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За определяне на ъгловите размери на Слънцето и Меркурий и сравнение – 4 т.

За измерване то рисунката – 1 т.

За извод относно правилното изобразяване на рисунката – 1 т.

За правилен теоретичен метод за определяне на намалението на блясъка при пасаж на Венера – 4 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилен начин за определяне на намалението на блясъка при пасаж, наблюдаван от екзопланета – 2 т.

За верен числен отговор и извод относно възможността Венера да бъде открита от извънземните астрономи – 2 т.

4 задача. Фази. Организирана е голяма изследователска експедиция до Юпитер и няколко негови спътници. Вие се разхождате по ледената повърхност на Европа и се любувате на невиджаните космически гледки. Намирате се точно в центъра на обърнатата към Юпитер страна на спътника. На хоризонта се наблюдава Ганимед – най-големият юпитериански спътник – непосредствено преди неговия залез. Ганимед е в пълнолуние за вас.

- А) Нарисувайте схема на разположението на Юпитер, Европа и Ганимед.
- Б) Къде в небето ще виждате планетата Юпитер? В каква фаза ще бъде тя?
- В) Други ваши колеги – членове на експедицията – са на Ганимед.

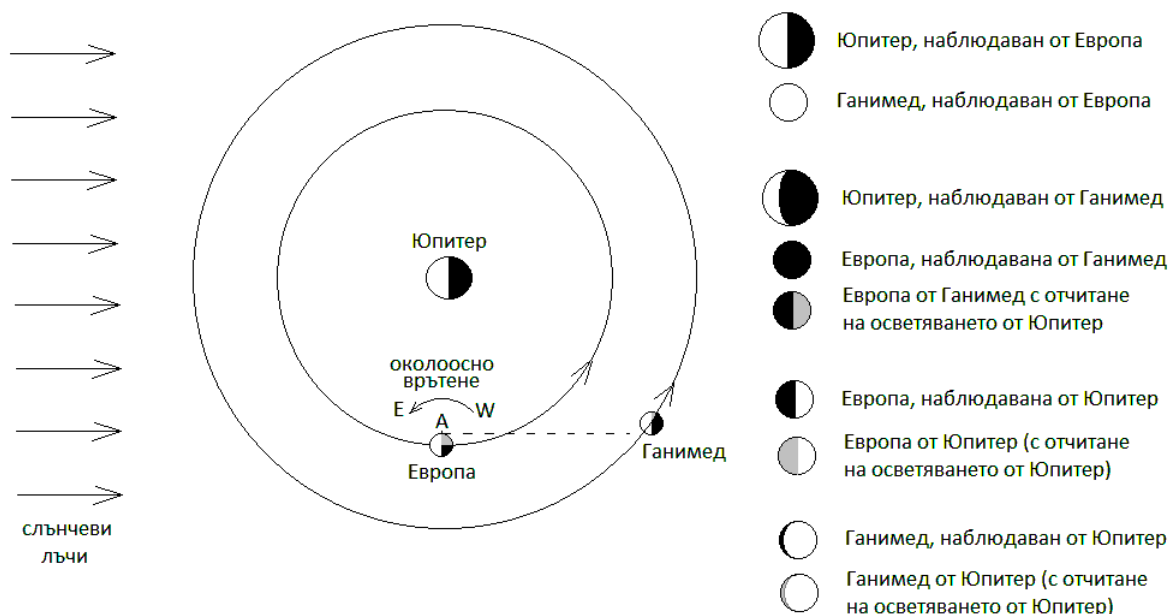
Нарисувайте приблизително в какви фази те ще наблюдават Европа и Юпитер. Ако имат телескоп, ще могат ли да виждат детайли от повърхността на Европа?

- Г) Как ще изглеждат фазите на Европа и Ганимед за наблюдател от Юпитер?

Радиусите на орбитите на Европа и Ганимед около Юпитер са 671000 км и 1070000 км.

Решение:

На схемата са представени орбитите на Европа и Ганимед около Юпитер и взаимното разположение на планетата и двата спътника. С точка А е отбелязано положението на наблюдателя в центъра на обърнатата към Юпитер страна на Европа. Непосредствено над хоризонта за него е залязващият на запад Ганимед. Отбелязали сме посоките на орбитално движение на спътниците около Юпитер. Околоосното въртене на двата спътника става в същите посоки. Изток спрямо точка от повърхността на даден спътник дефинираме като посоката, в която той се върти около оста си.



Фактът, че от Европа Ганимед се вижда в пълнолуние, определя направлението, от което идват слънчевите лъчи. От повърхността на Европа Юпитер ще се вижда във фаза, аналогична на последна четвърт, защото след нея предстои Европа да се придвижи по орбитата си откъм неосветената страна на планетата. За наблюдател в т.А Юпитер ще се намира в зенита.

Наблюдателите на Ганимед ще виждат Европа в новолуние. Видимият диск на спътника ще е тъмен. Ако трябва да се съвсем точни, обаче, ще отчетем и осветяването на повърхността на Европа от самия Юпитер, който отразява слънчевата светлина. Така че едната половина от видимия диск на Европа ще изглежда тъмна, а другата ще свети със слаба светлина, идваща от Юпитер. На Земята се вижда подобно явление с тъмната страна на Луната, която бива осветена от отразената от Земята слънчева светлина. Наблюдаваното слабо светене се нарича „пепелна светлина”. Осветяването на част от тъмната страна на Европа от Юпитер ще позволи да се наблюдават детайли от нейната повърхност с телескоп, поставен на спътника Ганимед.

От Юпитер спътникът Европа ще се вижда във фаза, подобна на първа четвърт – след нея ще последва пълнолуние, когато спътникът се придвижи по-нататък по своята орбита. Спътникът Ганимед ще се вижда във фаза между първа четвърт и пълнолуние. Зарисовките са дадени на схемата.

На схемата е дадено и как ще изглеждат Европа и Ганимед от наблюдател на Юпитер, но това не се изисква в решението на задачата.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилно построяване на схемата – 4 т.

За описание на фазата на Юпитер, гледана от Европа и зарисовка – 3 т.

За описание на фазата Европа, гледана от Ганимед и зарисовка – 3 т.

За описание на фазите на спътниците, наблюдавани от Юпитер – 3 т.

За отчитане на осветяването на Европа от Юпитер – 2 т.